

# Praktikum M4

## Oberflächenspannung

Alena Zwanzig (722348)

Harald Haakh (720708)

Messungen vom 24.05.2004

### 1 Abreißmethode

Die Oberflächenspannung ist eine Folge der Kohäsion der Flüssigkeitsteilchen. Die Teilchen an der Oberfläche erfahren eine nach innen gerichtete Restkraft. Sollen Teilchen an die Oberfläche gebracht werden, bzw. die Oberfläche vergrößert werden, so muss Arbeit verrichtet werden. Dies führt zur Definition der Oberflächenenergie oder Oberflächenspannung:

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A}$$

Daraus ergibt sich die Möglichkeit, die Oberflächenspannung durch eine Kraftmessung zu bestimmen.

Ein Ring mit Umfang  $U = 30.0 \pm 0.3 \text{ mm}$  wurde in die Flüssigkeit eingetaucht, so dass sich eine Flüssigkeitslamelle bildete. Anschließend wurde der Ring mit einer definierten Kraft herausgezogen. Der Faktor 2 kommt dadurch zustande, dass sowohl die Innen- wie die Außenseite der Lamelle zur Oberfläche beitragen.

$$\sigma = \frac{F \Delta s}{2U \Delta s} = \frac{F}{2U}$$

Die Messunsicherheit ergibt sich dann mit  $u_m = u_{m;Waage} + u_{m,stat} = 9 \text{ mg}$  aus:

$$u_\sigma = \left| \frac{\partial \sigma}{\partial m} u_m \right| + \left| \frac{\partial \sigma}{\partial U} u_U \right| = \frac{2u_m}{2U} + \frac{mg u_U}{2U^2}$$

Es sollten die Oberflächenspannungen von Wasser, Ethanol und Seifenlösung bestimmt werden. Die Werte für die Kraft ergaben sich bei der Messung mit einer Spiralfederwaage als Masseäquivalente  $m = F/g$ :

$$m_{Ethanol} = (311 \pm 10) \text{ mg}$$

$$m_{Wasser} = (962 \pm 10) \text{ mg}$$

$$m_{Seife} = (442 \pm 10) \text{ mg}$$

Und daraus mit  $\sigma = \frac{mg}{2U}$  die Oberflächenspannungen

$$\sigma_{Ethanol} = (25.4 \pm 0.9) \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\sigma_{Wasser} = (78.6 \pm 1.2) \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\sigma_{Seife} = (36.1 \pm 1.0) \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

### 2 Kapillarmethode

Bei der Messung der Oberflächenspannung mit der Kapillarmethode macht man sich den Effekt zunutze, dass in Kapillaren eine Flüssigkeit höher oder tiefer steht, als dies in verbundenen Gefäßen zu erwarten ist. Ursache dafür sind Adhäsionskräfte zwischen den Flüssigkeitsteilchen und den Gefäßwänden. Die Steighöhe in einer Kapillare folgt näherungsweise

$$\Delta h = \frac{2\sigma}{rg\rho}$$

und die Oberflächenspannung lässt sich bestimmen:

$$\sigma = \frac{1}{2} \rho g h r$$

Die Dichten der Flüssigkeiten sind <sup>1</sup>  $\rho_{Wasser} = 0.9982 \frac{kg}{dm^3}$  und  $\rho_{Ethanol} = 0.789 \frac{kg}{dm^3}$ . Der Durchmesser der Kapillaren wurde mit einem Abbé-Komparator gemessen ( $2r_W = 0.28mm$ ,  $2r_E = 0.25mm$ ) und die Steighöhen vor einer Spiegelskala abgelesen. Als durchschnittliche Steighöhe (mit Vertrauensintervall) ergab sich:

$$h_{Wasser} = (118 \pm 2)mm$$

$$h_{Ethanol} = (34 \pm 3)mm$$

Die Ablesegenauigkeit war hierbei jedoch recht gering, wir gehen von  $u_{h,Skala} = 5mm$  aus, die noch zum Vertrauensintervall hinzukommen. Die Berechnung der Messunsicherheit ( $u_r = 0.01mm$ ) nach

$$u_\sigma = \left| \frac{\partial \sigma}{\partial h} u_h \right| + \left| \frac{\partial \sigma}{\partial r} u_r \right| = \frac{\rho g r u_g}{2} + \frac{\rho g h u_r}{2}$$

führt dann zu folgenden Werten für die Oberflächenspannungen:

$$\sigma_{Ethanol} = (17 \pm 5) \cdot 10^{-3} \frac{N}{m}$$

$$\sigma_{Wasser} = (81 \pm 6) \cdot 10^{-3} \frac{N}{m}$$

Leider sind diese Werte nicht so ideal (s.u.).

### 3 Stalagmetrische Methode

Bei diesem Verfahren geht man von der Abhängigkeit des Tropfenvolumens von der Oberflächenspannung aus.

$$V_{Tropfen} = k \frac{\sigma}{\rho}$$

Flüssigkeiten mit großer Oberflächenspannung bilden deshalb größere Tropfen.

Aus einer Bürette (Stalagmeter) wird zunächst die Versuchsflüssigkeit, dann eine bekannte Eichflüssigkeit ausgetropft. Durch das Abzählen der Tropfenzahl  $N$  und die Bestimmung der ausgeflossenen Masse  $M$  lässt sich die durchschnittliche Masse  $m$  eines Tropfens bestimmen und daraus das Verhältnis der Oberflächenspannungen der beiden Flüssigkeiten.

$$m = \frac{M}{N}$$

$$\frac{\sigma_v}{\sigma_e} = \frac{V_v \rho_v}{k} \frac{k}{V_e \rho_e} = \frac{m_v}{m_e}$$

Mit dem Tabellenwert<sup>1</sup>  $\sigma_{Wasser} = 72.7 \cdot 10^{-3} \frac{N}{m}$  für die Oberflächenspannung von Wasser lässt sich dann die des Ethanols berechnen.

Die Messunsicherheit ist dann mit  $u_M = u_{m;stat} + u_{m;Waage} = 0.4g$

$$u_\sigma = \left| \frac{\partial \sigma}{\partial M_v} u_M \right| + \left| \frac{\partial \sigma}{\partial M_e} u_M \right| = \sigma_{Wasser} \frac{N_e}{N_v} \left( \frac{1}{M_e} + \frac{M_k}{M_e^2} \right) u_M$$

und die Oberflächenspannung des Ethanols beträgt

$$\sigma_{Ethanol} = (21 \pm 6) \cdot 10^{-3} \frac{N}{m}$$

---

<sup>1</sup>Kuchling, Taschenbuch der Physik

## 4 Bewertung der Ergebnisse

Nach *Kuchling, Taschenbuch der Physik* sind die Oberflächenspannungen

$$\sigma_{Wasser} = 72.2 \cdot 10^{-3} \frac{N}{m}$$

$$\sigma_{Ethanol} = 22.3 \cdot 10^{-3} \frac{N}{m}$$

Die folgende Tabelle zeigt die Abweichungen zwischen gemessenen und Tabellenwerten.

Methode	Wasser	Ethanol
Abreißmethode	8%	14%
Kapillarmethode	11%	23%
Stalagmetrie	-	6%

Offenbar ist die Kapillarmethode die ungenaueste Vorgehensweise gewesen. Das mag an der Unsicherheit der Bestimmung der Steighöhe in der Spiegelskala liegen, wobei schon leichte Veränderungen des Blickwinkels große Auswirkungen auf den abgelesenen Wert haben. Möglicherweise war die Flüssigkeit in der Kapillare auch noch nicht exakt im Gleichgewicht oder der Radius der Kapillaren wurde nicht korrekt bestimmt.

Das beste Ergebnis lieferte die Stalagmetrische Methode, die allerdings eine Eichflüssigkeit mit bekannter Oberflächenspannung voraussetzt. Insofern ist diese Methode nur zum Vergleichen verschiedener Flüssigkeiten, nicht zum originären Bestimmen von Oberflächenspannungen geeignet.

Anlagen:

- Messprotokoll
- Berechnungen mit StarCalc

Potsdam, 24. Mai 2004

Alena Zwanzig

Harald Haakh