? - Die wichtigste Konstante

Harald Haakh

Einführung: ? - die wichtigste Konstante

Warum das Fragezeichen?

Im Wintersemester 2004/2005 organisierten Herman Witzel und ich - damals Studenten der Physik im 3. Semester - ein studentisches Seminar für Studienanfänger, in dem grundlegende Fragen der Physik im zwanglosen Rahmen diskutiert und erforscht werden konnten.

Zunächst waren wir uns selbst keinesfalls sicher, wohin uns der Lauf der Veranstaltung führen würde, zumal wir bei den Themen auch auf die Wünsche der Teilnehmer eingehen wollten. Das Seminar wurde dann zu einem Spaziergang entlang der Grenzen des Vorstellungsvermögens und des Gebiets in dem die Physik sich bewegt und sollte allen Teilnehmern einen etwas tieferen Einblick in das Weltbild der Physik, unser Denken und das Verhältnis von Realität, Physik und Mathematik geben. Unser Rundgang ist keinesfalls beendet. Er führte uns in die Mathematik, an den Rand der Unendlichkeit, zu Philosophen und ermöglichte Ausblicke in viele interessante und spannende Themen. Der Weg führte auch in einige Sackgassen. Doch gerade als Studienanfänger sollte man dankbar sein, diese Erfahrung in einem solchen Rahmen machen und aus den Fehlern lernen zu können. Auf Grundlage der Protokolle zum 'Fragezeichen-Seminar' entstand - nun ein Jahr später - dieser Text.

Das Fragezeichen soll daran erinnern, dass Wissenschaft davon lebt, dass man ständig neue und alte Fragen stellt, scheinbar altbekannte Tatsachen kritisch hinterfragt und Theoriegebäude nicht einfach als gegeben hinnimmt, sondern sich ihrer Entwicklung, Anwendbarkeit und Grenzen bewusst ist. Ebenso wichtig ist es, die Grenzen der eigenen Fähigkeiten und Vorstellungen zu erkennen. Albert Einstein hielt es für seine Stärke, sich eine kindliche Neugierde erhalten zu haben. Eine solche konstante Neugierde, ein großes Fragezeichen, sollten wir uns auch wünschen!

Das Seminar war eine spannende Erfahrung! Ich hoffe es geht so weiter!

Dank

Mein Dank gilt allen Teilnehmern des ?-Seminars, insbesondere Sarah Lück, die die Korrektur dieses Textes übernahm, Herrn Prof. Dr. Gerhard-Multhaupt, der uns von Seiten des Institutes bestens unterstützte und meinem Komilitonen Herman Witzel, der als allererstes den Gedanken des Seminars aufbrachte, das Seminar ins Leben rief und mit durchführte.

Inhaltsverzeichnis

1 Physik: Modell und Experiment

1.1 Modellbildung, Vereinfachung und Grenzen

Wir beobachten einen Stift zu Boden fallen. Was geschieht dabei? Lässt sich vorhersagen, wie das passieren wird? Wie könnte ein solches Modell aussehen?

Für quantitative Beschreibungen bietet sich eine mathematische Formulierung an, die aber keineswegs die einzige Art ist, physikalische Phänomene verständlich zu machen!

Die typische Vorgehensweise der Physik ist erst einmal: Vereinfachung. Statt die Realität in jedem Einzelfall zu beobachten, beschränken wir uns auf ein Modell. Nehmen wir an, der Stift habe keinerlei Ausdehnung (1. Näherung), betrachten wir ihn also als *Massenpunkt*. Dieses Bild ist natürlich nicht richtig, führt aber durchaus zu brauchbaren Ergebnissen.

Es war Galilei, der feststellte, dass – unter Vernachlässigung der Luftreibung (2. Näherung) und nahe der Erdoberfläche (3. Näherung) – ein Massenpunkt dem Fallgesetz $s(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + s_0$ gehorcht. Um das Fallgesetz anwenden zu können, müssen wir also noch die Position des Stiftes zu Beginn der Beobachtung sowie seine Geschwindigkeit kennen[1], also gewisse Anfangsbedingungen, die das konkrete Problem beschreiben. Damit können wir jetzt ausrechnen, dass der Stift einen Sturz von 2 Metern Höhe in etwa 0.6 Sekunden vollbringt.

Wie der Versuch mit Stift und Stoppuhr beweist, ist das Modell durchaus brauchbar. Wird die Fallhöhe aber zu groß, so macht sich der Luftwiderstand bemerkbar, die Bewegung des Stifts ist keineswegs mehr konstant beschleunigt. Entsprechend wird bei sehr kleinen Fallhöhen die Ausdehnung des Stiftes wichtig.

Das Modell muss in diesen Fällen erweitert werden, wird aber wieder an seine Grenzen stoßen und dieser Prozess lässt sich wiederholen, bis man irgendwann das ganze Universum in die Betrachtung einbezieht. Für beliebig exakte Ergebnisse benötigen wir dann auch entsprechend viele weitere Abhängigkeiten und Anfangswerte und vor allem die geeignete Rechenkapazität! Wohin eine immer weitere Steigerung der Genauigkeit führt, zeigt das nächste Kapitel.

Für die Anwendung reicht allerdings meist sogar eine recht grobe Beschreibung eines Systems, wie z.B. die Fallbewegung des Stifts, die ohne weiteres auch auf Turmspringer übertragbar wäre. Beim Fallschirmspringen hingegen ist natürlich die Luftreibung keineswegs zu vernachlässigen, das Ergebnis wäre fatal, bzw. Fallschirmspringen in diesem Modell gar nicht möglich! Die Grenzen eines Modells zu kennen ist also extrem wichtig für die kritische Einschätzung des Ergebnisses und die richtige Verwendung des Modells.

Typisches Vorgehen bei der Modellbildung:

- Verallgemeinern vom speziellen Fall auf eine allgemeine Situation
- Vernachlässigen störender Einflüsse
- Näherung (insb. Linearisierung) zur besseren Lösbarkeit

Nahe der Erdoberfläche ist das Gravitationsfeld nahezu homogen:

$$r \cong r_e = const.$$

$$F = \underbrace{(GM/r_e^2)}_{g} m = gm$$

1.2 Die 100%-Simulation

Für eine *exakte* Beschreibung des Vorgangs sind also *unendlich* viele Abhängigkeiten und Anfangswerte notwendig. Unendlich bedeutet dabei *für jedes Teilchen im Universum*! Wüsste man tatsächlich den Orts- und Bewegungszustand *aller* Atome des Universums zu einem Zeitpunkt, so ließe sich daraus nach der klassischen Theorie mit ausreichender Rechenkapazität der Zustand des Universums zu einem späteren Zeitpunkt errechnen. Genau diese Kenntnisse und mathematischen Fähigkeiten soll der sogenannte *Laplacesche Dämon* mitbringen.

Könnte ein Computer – die moderne Form eines Dämons – den Vorgang 100-prozentig simulieren? Natürlich nicht! Eine sehr naive Überlegung zeigt: Sollte der Dämon sämtliche Vorgänge im Universum berechnen, müsste er ja auch seine eigenen Berechungen widerspiegeln, in dieser sämtliche Berechungen nocheinmal usw. Jede endliche Rechenkapazität würde so erschöpft. Der Dämon müsste sich also außerhalb des zu beschreibenden Systems befinden. Der einzige Dämon, der solches *von innen her* leisten kann, ist das Universum selbst!

[1]Bzw. Ort und Impuls. Diese Kombination ist von tieferer Bedeutung. Sie erlaubt in der klassischen Physik den gesammten Zustand eines Systems zu beschreiben. Andererseits bilden im Rahmen der Quantenmechanik Impuls und Ort ein Paar konjugierter Größen, die mit eine prinzipiellen Unschärfe besetzt sind. Wir werden später noch darauf zu sprechen kommen.

Wie aber läuft die Realität ab? Die Beschäftigung mit Physik, physikalischen Gesetzen und numerischen Modellen verleitet dazu anzunehmen, das Universum berechne aus dem gegenwärtigen Zustand einen künftigen Zustand zum Zeitpunkt $t + dt$. Eine solche iterative Vorstellung ist sehr anschaulich und ein solches numerisches Vorgehen dient ja in der Physik z.B. der Lösung von analytisch nicht lösbaren Mehrkörperproblemen. Auch die Zustände von Quantensystemen lassen sich - im Prinzip - so berechnen.

Ein Verhalten, in dem der zukünftige Zustand durch den unmittelbar vorhergehenden festgelegt wird, ist auf jeden Fall *deterministisch*[2].

Dem Universum aber eine deterministische *Berechnung* zu Grunde zu legen, ist zu einfach gedacht und unterstellt ja gewissermaßen eine *bewusste* Abfolge von Berechnung und Anpassung des Zustands. Letzlich ist die Funktion des Universums aber ein Phänomen, das die Physik durch Modelle nur unzureichend beschreiben kann. Der wahre Mechanismus könnte völlig anders geartet sein und nur rein zufällig dieselben Parameter liefern[3]! Die Tatsache, dass wir keine Abweichungen beobachten heißt nicht, dass diese nicht doch auftreten *könnten*! Physikalische Modelle liefern keine endgültige Sicherheit, auch wenn das Weltbild des Physikers das gerne hergäbe. Das Universum funktioniert einfach! Dass die Physik das beschreiben kann - oder anders ausgedrückt - dass mathematische Strukturen so viele Übereinstimmungen mit den von uns wahrgenommenen oder gemessenen Strukturen des Universums aufweisen, sollte uns mit Erstaunen erfüllen und zum Nachdenken anregen!

1.3 Quanten-Einschub und Austreibung des Laplaceschen Dämons

Die bisherigen Überlegungen waren rein *klassisch*. Das bedeutet, quantenmechanische Effekte wurden nicht betrachtet. Wir sind – wie Descartes – von einem mechanistischen, deterministischen Weltbild ausgegangen. Nach der *Heisenbergschen Unschärferelation* ist es aber *prinzipiell* unmöglich, dass bestimmte Paare von *konjugierten Observablen* (Messgrößen), beispielsweise Ort und Impuls, auch für nur ein Teilchen gleichzeitig beliebig genau festgelegt sind, von sämtlichen Teilchen des Universums ganz zu schweigen.

Wenn Werte aber 'prinzipiell' unscharf sind, dann bedeutet das, dass eine beliebig genaue gleichzeitige Bestimmung dieser Größen physikalisch nicht nur unmöglich sondern auch sinnlos ist! Die Größen existieren nicht in größerer Genauigkeit und können damit nicht einmal von einem Dämon vom Kaliber des Laplaceschen genauer bestimmt werden. Auf dieser Stufe kommen unvorhersagbare statistische Schwankungen ins Spiel. Eine Vorhersage lässt sich dann aber auch nur in bestimmten Grenzen der Genauigkeit treffen, denn die klassischen Gesetze gelten letzlich nur im Mittel. Aus diesem Grunde ist es auch sehr bewundernswert, dass das Universums das Gesetz der großen Zahl einzuhalten scheint!

Heisenbergsche Unschärferelation:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

Entsprechende Relationen gelten auch für andere Größenpaare, u.a. Energie und Zeit!

1.4 Übertragbarkeit

Ein gutes Modell umfasst natürlich nicht das ganze Universum, sondern beschreibt nur bestimmte elementare Abhängigkeiten. Dabei werden – wie wir oben gesehen haben – meist gewisse Näherungen getroffen und Einflüsse vernachlässigt, die dann zu Grenzen des Modells führen. Diese Beschränkung ist aber keine Schwäche der physikalischen Methode, sondern genau eine Stärke! Allerdings nur, solange man sich der Grenzen auch bewusst ist!

Ein gutes Modell beschreibt aber nicht nur bereits beobachtete Vorgänge, sondern lässt – innerhalb der Grenzen des Modells – Verallgemeinerungen und Vorhersagen zu. Das Modell des fallenden Stifts beispielsweise trifft - wie bereits angesprochen - recht gut auf Turmspringer zu, auf Fallschirmspringer hingegen nicht. Beispiele dafür, wie sich ein grundlegendes Modell auf andere Bereiche

[2] In der Statistik erscheinen in diesem Zusammenhang die sogenannten Markov-Prozesse

[3] siehe auch das Kapitel 'Realität'

oder Phänomene übertragen lässt, bieten die Gravitations- und Coulombkraft oder mechanische Analogien beim Billard oder der statistischen Mechanik.

1.5 Die Erfindung des Experimentes

Über das Experiment wurde bisher noch nichts gesagt. Was ist überhaupt ein Experiment? Sicherlich hängt jedes Experiment mit der Beobachtung eines Vorganges zusammen. Umgekehrt ist aber natürlich längst nicht jede Beobachtung ein Experiment. Das Experiment findet üblicherweise in einem vorher definierten Rahmen statt, also in einem sogenannten *präparierten System*. Eine häufige Beschreibung des Experimentes ist die *Frage an die Natur*.

Die Einführung der experimentelle Methode führte etwa zur Zeit der Renaissance dazu, dass sich die Physik von der reinenNaturphilosophie des Altertums entfernte und begründete ihren Erfolg und den Aufschwung zur Leitwissenschaft.

Allgemein gilt Galileo Galilei als derjenige, der als erster auf systematische Weise Experimente durchführte. Er fand mit seinen Versuchen zum freien Fall und zur schiefen Ebene das Trägheitsgesetz und stellte die entsprechenden Bewegungsgleichungen auf.

Seine Ergebnisse widersprachen den aristotelischen Theorien, nach denen die Bewegung durch ein den Körpern inhärentes Bestreben zu Fallen zustande kommt. Aristoteles behauptete auch, dass das ein Körper umso schneller fällt, je schwerer er ist. (Und diese Vorstellung sitzt nach wie vor sehr hartnäckig in unseren Köpfen...) Das dies nicht sein kann, bewies Galilei in einem *Gedankenexperiment*: Wie bewegt sich ein System aus einem leichten und einem schweren Körper, die durch ein Seil verbunden sind? Der Leichte fällt langsamer als der Schwere, bremst diesen also aus. Andererseits fällt das Gesamtsystem schneller als der schwere Körper für sich. Da beides nicht gleichzeitig auftreten kann, kann Aristoteles' Satz nicht stimmen.

Dass die Fallbeschleunigung unabhängig von der Masse des Körpers ist, wies Galilei der Legende nach aber auch ganz handfest in einem realen Experiment nach - angeblich auf dem schiefen Turm von Pisa.

1.6 Experiment und Theorie

Häufig zeigen Experimente Ergebnisse, die sich im Rahmen der bisherigen Theorien nicht schlüssig erklären lassen. Galileis Experiment ist ein Beispiel dafür. Offenbar besitzen die bisherigen Modelle Grenzen, die die speziellen Bedingungen des Experimentes nicht mehr mit einschließen, oder sie sind schlichtweg falsch!

Entsprechend gilt eine Theorie als zutreffend, falls sich ihre Aussagen im Experiment reproduzierbar bestätigen lassen. Allerdings ist im Rahmen einer solchen Definition eine Theorie immer nur widerlegbar (falsifizierbar) und nie endgültig verifizierbar.

Es ist aber natürlich nicht so, dass Experimente nur dazu dienen, Theorien zu bestätigen oder widerlegen! Experiment und Theorie bedingen, beeinflussen und verändern sich gegenseitig. Einerseits liefert das Experiment die Rohmasse, aus der man überhaupt erst Theorien modelliert, andererseits zeigen die Modelle möglicherweise bislang unbekannte Effekte, die man wiederum im Experiment sucht, um die Theorie zu bestätigen. Dieser Prozess wurde im Rahmen der Wissenschaftstheorie zum erstenmal von Karl Popper[4] beschrieben und wird uns noch häufiger begegnen.

Evolution einer Theorie nach Popper:

Vergleich von Theorie $T(n)$ und Beobachtung $B(i)$

- Bestätigung
  $\Rightarrow$ Erneute Prüfung:
  $B(i) \rightarrow B(i+1)$
- Widerspruch
  $\Rightarrow$ Anpassung:
  $T(n) \rightarrow T(n+1)$

$\hookrightarrow$ Wiederholung des Prozesses

1.7 Die Messunsicherheit

Experimentell ermittelte Werte sind selbstredend nie exakt gleich denen, die eine mathematische Gleichung liefert. Die Mathematik in Form scharfer Formeln gaukelt eine Welt vor, die so nicht existiert. Messwerte ergeben durch statistische und systematische Unsicherheiten und äußere Störungen immer eine Verteilung

[4] vgl. Physik und Philosophie

um einen Mittelwert, den man dann als Messwert mit seiner Unsicherheit angibt. Bei der weiteren Auswertung muss der Einfluss unsicherer Größen entsprechend berücksichtigt werden.

Bei sehr genauen Messungen können auch prinzipielle Unschärfen ins Spiel kommen, die nicht messtechnischer sondern physikalischer Natur sind. Im Allgemeinen ist es aber möglich, durch sorgfältige Arbeit und Veränderungen am Versuchsaufbau die Unsicherheit soweit zu senken, dass man im Prinzip beliebig genaue Messungen durchführen kann. Doch auch in diesem Fall sind die Messwerte nicht exakt sondern nur auf kleinerer Skala unsicher!

Was würde ein exakt scharfer Wert bedeuten? In der Statistik ergibt sich die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses - in diesem Fall: Messwert x liegt im Intervall I - durch

$$P(x \in I) = \int_I \rho(x')dx'$$

wobei $\rho(x)$ eine Wahrscheinlichkeitsverteilung ist. Würde man aber nur einen exakt scharfen Messwert erzielen wollen, wäre die Wahrscheinlichkeit ihn im Intervall dx' zu messen

$$P(x = x_0) \approx \rho(x_0)dx' \to 0; dx' \to 0$$

Eine gewisse Unsicherheit ist deshalb nötig um eine Größe sinnvoll bestimmen zu können! Andererseits ist dann aber die Kenntnis der Unsicherheit für die korrekte Interpretation eines Messwerts unverzichtbar! Auf dieser Grundlage ist auch der vielzitierte (nervtötende) Spruch im Praktikum zu verstehen: Ein Messwert ohne Fehlerangabe ist wertlos!

1.8 Fazit

Was in diesem Kapitel über Modelle gesagt wurde lässt sich wie folgt zusammenfassen

- Modelle beschreiben einen ausgewählten Teil der Realität.
- Damit das Modell praktisch nutzbar ist, setzt man Verallgemeinerungen, Näherungen und Vernachlässigungen an.
- Diese beschränken die Anwendbarkeit des Modells.
- Durch Übertragung kann man auch Erkenntnisse über vorher nicht berücksichtigte Phänomene oder völlig andere Bereiche gewinnen.
- Über den Wert eines Modells muss letztlich das Experiment entscheiden.

Andererseits liefert das Experiment nicht nur die Entscheidung über den Wert einer Theorie sondern unabhängig von dieser Frage auch Erkenntnisse, die überhaupt erst theoretisch gedeutet werden müssen.

Physik lebt deshalb vom Zusammenspiel beider Komponenten! Und während man sich in der Theorie der Grenzen des Modells bewusst sein sollte, so gibt es auf der Seite des Versuchs ebenfalls Faktoren, die die Messwerte beeinflussen und die bei der Betrachtung der Ergebnisse sorgfältig betrachtet werden müssen!

2 Unendlichkeit: An den Grenzen der Vorstellung

2.1 Unendlichkeit und Anschauung

Das Unendliche ist beschrieben worden, als das, was größer ist als jede vorstellbare Größe. Schon immer hat das Konzept der Unendlichkeit die Menschen zum Denken angeregt und Grenzen des Vorstellungsvermögens aufgezeigt. Aber es ist nicht nur das unendlich Große, das Infinite, das Probleme bereitet. Auch das

In Douglas Adams' 'Per Anhalter durch die Galaxis' heißt es:
Space is big. You just won't believe how vastly, hugely, mind- bogglingly big it is. I mean, you may think it's a long way down the road to the chemist's, but that's just peanuts to space.

unendlich Kleine, das Infinitesimale, sprengt unsere Vorstellungen. Offenbar ist unsere Vorstellung von Haus aus nur für das gerüstet, was die Anschauung bereit hält – eben unsere eigene Größenordnung. Die Anschauung ist jedoch keinesfalls die letzte Grenze für das Verständnis. Auch wo sie versagt, ist es durchaus möglich, sich durch Analogien Vorstellungen zu machen, wobei allerdings Vorsicht angebracht ist. Die mechanistische Analogienbildung führte im Rahmen der statistischen Mechanik zu großen Problemen, die erst durch die Abschaffung des mechanistischen Bildes durch die Quantentheorie behoben werden konnten. Diese wurde aber zuerst rein mathematisch entwickelt. Die Mathematik öffnet uns also eine Tür in Gebiete jenseits der direkten Anschauung.

2.2 Zenos Paradoxon

Das berühmte Schildkrötenparadoxon Zenos beschreibt einen Wettlauf zwischen Archilles und einer Schildkröte. Archilles läuft doppelt so schnell wie die Schildkröte, gewährt ihr aber großzügigerweise einen Vorsprung von einem Stadion.

Bis Archilles diesen Vorspung aufgeholt hat, ist die Schildkröte weitergekrabbelt. Auch für diesen neuen Vorsprung braucht Archilles eine gewisse Zeit und so weiter und so fort. Zeno schloss daraus, dass Archilles die Schildkröte nie einholen kann, was natürlich im Widerspruch zur Realität steht.

Der springende Punkt ist die Formulierung, Archilles könne die Schildkröte *nie* erreichen. An dieser Stelle wird eine *zeitartige* Größe eingeführt, nämlich die Anzahl der Rechenschritte. Hier bedeutet *nie* soviel wie *nicht in endlich vielen Schritten* oder *nach jedem Schritt können wir einen Abstand zwischen Archilles und der Schildkröte berechnen.*

Diese Schrittzahl darf aber nicht mit der wahren Zeit gleichgesetzt werden, sonst wird übersehen, dass auch die berechneten Zeitpunkte immer dichter beieinander liegen! Die Schrittzahl ist keinesfalls die Zeit der Realität, da beide Läufer ihre Geschwindigkeit beibehalten sollen, sondern eine Art Scheinzeit! Diese Zeit würde ein Computer empfinden, der seine Taktung und damit seine Rechenschritte als Maß der Zeiteinteilung nimmt. Da der Computer für jeden Rechenschritt dieselbe Zeit benötigt, wird die Scheinzeit gegenüber der echten Zeit zunehmend gedehnt! Und für den Rechner (und den Beobachter am Bildschirm) holt Archilles die Schildkröte tatsächlich nie ein. Glücklicherweise leben wir aber offenbar nicht in einer solchen Simulation und Archilles hat die Schildkröte nach 2 Stadien erreicht.

Das Problem lässt sich heute mit Mitteln der Schulmathematik durch Infinitesimalrechnung bzw. einer Reihenentwicklung leicht lösen. Interessant dabei ist die Verwendung des Grenzwerts einer unendlichen Summe. Dies ist ein Konzept - wie so viele in der Mathematik - an das man sich im Laufe der Zeit gewöhnt hat. Bei unvoreingenommener Betrachtung ist das Phänomen aber sehr verblüffend: Die Addition unendlich vieler Summanden führt zu einer festen, endlichen Summe! Es ist durchaus einige Gedanken wert, was das zu bedeuten hat!

Angenommen, Archilles läuft mit v_a, die Schildkröte mit $v_s < v_a$, dann befinden sich die beiden nach dem n-ten Schritt an der Stelle

$$s(n) = s(n-1)(1+\frac{v_s}{v_a})$$

$$= s_0 \sum_{i=0}^{n} (\frac{v_s}{v_a})^i$$

$$a(n) = s(n-1)$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} [s(n) - a(n)] = 0$$

Schafft Archilles das auch in endlicher Zeit?

Mit $t = \frac{s}{v}$ kann man die Zeit bis zum n-ten Schritt berechnen:

$$t(n) = \frac{a(n)}{v_a}$$

$$= \frac{s_0}{v_a} \sum_{i=1}^{n} (\frac{v_s}{v_a})^i$$

Da Archilles aber schneller läuft als die Schildkröte, ist die Zeit für unendlich viele Rechenschritte endlich!

$$\lim_{n\to\infty} t(n) = \frac{\frac{s_o}{v_a}}{1-\frac{v_s}{v_a}}$$

$$= T = \frac{s_o}{v_a - v_s}$$

$$\Leftrightarrow v_a T = s_0 + v_s T$$

Das ist natürlich genau das erwartete Ergebnis!

2.3 Zahlen, Zählen und Messen

In einem Gespräch mit einem Professor meiner Universität fiel der Satz: *Das einzige, was Physiker können ist Zählen.* Tatsächlich ist jeder Messvorgang ein Vergleich mit bekannten Maßstäben und darüber hinaus nicht mehr als Abzählen. Dafür genügt im Prinzip das, was man die *natürlichen Zahlen* nennt. Der Name ist gut gewählt, schließlich kann man in der alltäglichen Natur alle vorkommenden Mengen irgendwie so abzählen.

Kontinuierliche Größen stellen uns hingegen vor Probleme – niemand käme auf den Gedanken zu sagen, ein Bach führte 2 Wasser. Eine Aussage wie: 'Durch das Rohr fließen 2 Liter pro Minute' macht aber wiederum Sinn, denn hier wird wieder in diskreten Einheiten gedacht. Die Vorstellung dabei ist vielleicht, dass jeder Liter Wasser in passend messbechergroßen Päckchen vom anderen wie durch eine dünne Membran getrennt ist. Ein diskreter Liter Wasser ist einfach viel leichter vorstellbar, weil wir in einer größtenteils diskreten Welt leben.

Henning Genz[5] zieht hierbei die *Wolkenwelt* als Gegenbeispiel heran. In einer Welt, in der Objekte nicht begrenzt wären, quasi ineinander flössen, hätten wir größere Probleme mit dem Konzept der natürlichen Zahlen als mit dem der reellen. In unserer diskreten Welt sind die reellen Zahlen hingegen ein Konzept, das den Menschen bei Ihrer Entdeckung nicht wenige Probleme bereitete.

2.4 Das Problem der Pythagoräer

Die Pythagoräer, ein griechischer Geheimbund etwa 400 v. Chr., wollte die Welt durch die natürlichen Zahlen erklären. In ihrem Glauben bestärkt wurden die Pythagoräer durch die Tatsache, dass die Musik eng mit den natürlichen Zahlen verwandt ist. So klingen Intervalle, deren Frequenzverhältnisse (bzw. Typische Größen der sie erzeugenden Instrumente) in einfachen Zahlenverhältnissen stehen, harmonisch während höhere Zahlenverhältnisse dissonant und unschön klingen. Daraus schlossen die Pytagoräer, dass auch die Welt aus einfachen Zahlenverhältnissen aufgebaut sein muss. Diese Vorstellung übernahm Aristoteles und noch Kepler versuchte, die Verhältnisse der Planetenbahnradien auf die Platonischen Körper zurückzuführen. Die Pythagoräer fanden aber schnell heraus, dass außer den natürlichen Zahlen auch noch deren Verhältnisse benötigt werden, um sinnvolle Mathematik betreiben zu können. Die Menge der Zahlen, die man durch den Bruch, also das Verhältnis zweier natürlicher Zahlen, bilden kann sind die sogenannten *rationalen Zahlen.* Eine weitere Entdeckung erschütterte das Weltbild der Pythagoräer empfindlich. Sie stellten fest, dass es keine gemeinsam Einheit für die Diagonale und die Seitenlänge im Quadrat gibt: Diese Größen sind *inkommensurabel.*

Bekanntlich ist die Diagonale im Quadrat leicht über die Quadratwurzel aus 2 zu beschreiben. Diese Zahl ist aber keine natürliche und auch keine rationale Zahl – ein Weltbild brach zusammen aber die Mathematik wurde aus dem Gefängnis der Diskretheit befreit.

Es gibt also neben den rationalen Zahlen (die die natürlichen Zahlen mit einschließen) noch *irrationale Zahlen.* Zusammen bilden diese Mengen die *reellen Zahlen.* Man kann sie beschreiben als die Zahlen, die sich als Dezimalbruch beliebig genau aufschreiben lassen[6] .

2.5 Noch schlimmere Zahlen

Unter den rationalen Zahlen gibt es auch solche, die sich zwar als Dezimalbruch schreiben lassen, aber niemals abbrechen! Dazu gehören die vergleichsweise harmlosen periodischen Zahlen und die Wurzeln, d.h. die nicht-rationalen reellen Nullstellen eines Polynoms[7] aber auch noch weitaus schlimmere. So sind π und e z.B. sogenannte transzendente Zahlen, d.h. nicht-algebraisch. Und es gibt moderne Erweiterungen des Körpers der reellen Zahlen wie die irrealen oder surrealen Zahlen, die allerdings im physikalischen Tagesgeschehen keine sehr große Rolle spielen.

Üblicherweise beschäftigt man sich mit folgenden Zahlenkörpern

- $\mathbb{N}$ Natürliche Zahlen
- $\mathbb{Z}$ Ganze Zahlen
- $\mathbb{Q}$ Rationale Zahlen
- $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ Irrationale Zahlen
- $\mathbb{R}$ Reelle Zahlen
- $\mathbb{C}$ Komplexe Zahlen

2.6 Information

Welchen Informationsgehalt hat eine nicht abbrechenden Zahl? Wollte man eine solche Zahl stellenweise *vollständig* durch das Telefon übermitteln, so würde erstens das Gespräch niemals beendet und zweitens die Telefonrechnung - als Maß für den Informationsgehalt - unbezahlbar werden!

Hingegen ist die gesamte Information $\sqrt{2}$, π oder e für relativ wenig Geld übermittelt werden, wenn man statt der Folge der Dezimalstellen eine Berechnungs-

Die Eulersche Zahl e lässt sich berechnen durch

$$e = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!}$$

[5] Henning Genz, Wie die Naturgesetze Wirklichkeit schaffen, dtv 2004

[6] Damit sind sie Grenzwert einer Reihe.

[7] Zahlen die relle Nullstellen eines Polynoms sind, heißen übrigens algebraisch.

vorschrift übermittelt! Die Berechnung der Zahlenfolge kann mein Gegenüber dann getrost einem Computer oder sonstigem Dämon überlassen!

Der Informationsgehalt einer transzendenten Zahl ist also nicht deutlich höher als der einer ganzen Zahl. Der Unterschied liegt eher darin, dass normalerweise bereits ein Einverständnis über die ganzen Zahlen besteht, so dass sich beide Seiten einig sind, was 1 bedeutet. Bei e kann das aber schon eher schwierig werden. Aber wenn mein Gegenüber sich in einer Wolkenwelt befindet, ist ihm e vielleicht sogar eher ein Begriff als die 2.0000000000....

2.7 Kontinuität, Diskretheit und die Infinetisimalrechnung

Schon bei Zenos Paradoxon stißen wir auf zwei gegensätzliche Pole der Vorstellung: Kontinuität und Diskretheit. Mathematisch werden sie durch die Natürlichen und die Reellen Zahlen umgesetzt und wir haben uns an den Umgang mit diesen Zahlenkörpern gewöhnt. Erstaunlicherweise laufen aber oftmals die Ergebnisse, die eine kontinuierliche und diskrete Betrachtungsweisen mit sich bringen, am Ende zusammen. An vielen Stellen in der Physik wird ein gedachtes Kontinuum zunächst diskretisiert und dann durch einen Grenzübergang (eine unendlich feine Zerlegung) wieder hergestellt.

Beispielsweise ist die Kontinuumsmechanik ein Grenzfall der kinetischen Theorie, und auch der Starre Körper (der uns makroskopisch recht kontinuierlich erscheint) lässt sich durch eine Zerlegung in viele kleine Volumenelemente sehr gut beschreiben, wobei letzlich wieder von einer Summe zum Integral übergegangen wird. Hier wird klar, welche mathematische Technik dafür verantwortlich ist: Es ist die Differentialrechnung und ihre Schwester, die Integralrechnung.

Die Differentialrechnung wurde um 1700 von Leibniz und Newton unabhängig entwickelt. Sie ermöglichte eine Beschreibung von Kontinua und den Übergang zu diskreten Größen sowie die systematische analytische Untersuchung mathematischer Funktionen. Ein Differential stellt dabei eine lokale Linearisierung dar. Für die Anwendung stellt man dann beispielsweise fest, dass eine Funktion nur dann ein Extremum annehmen kann, wenn sich ihr Wert bei kleinen Variationen des Ortes nahezu nicht verändert (sonst könnte sie ja noch extremer werden!), dass also das Differential in der Extremstelle verschwindet.

Im Gegenzug ermöglicht es die Integralrechnung (anschaulich verständlich als Riemann-Summe) Flächeninhalte zu berechnen. Durch eine Erweiterung des Formalismus kann man aber auch völlig andere Größen durch Integration bestimmen, wie z.B. Mittelwerte, Kurvenlängen, Oberflächen, ... Gemeinsam ist den Vorgehensweisen, dass immer eine mikroskopisch gedachte linearisierte Größe aufsummiert wird. Wenn man die mikroskopische Skala dabei immer weiter verkleinert, entspricht dies aber gerade dem schon beschriebenen Grenzübergang vom Diskretum zum Kontinuum.

Das Riemann-Integral erhält man als Grenzwert der Riemann-Summen:

$$A_N = \sum_{n=0}^{N} f(a + n\delta)\delta$$

mit $\delta = \frac{|b-a|}{N}$ folgt

$$\lim_{N\to\infty} A_N = \int_a^b f dx$$

Trotz der grundsätzlichen Anschaulichkeit des Vorgehens treten aber bei der Anwendung dieser Werkzeuge Effekte auf, die ihrerseits Verständnisprobleme bereiten.

2.8 Gabriels Horn: Unendliche Fläche mit endlichem Inhalt

Ein erstaunliches Ergebnis von Unendlichkeitsbetrachtungen ist Gabriels Horn [8] (oder Torricellis Trompete). Hierbei handelt es sich um einen Körper, der offenbar nach ein endliches Volumen, aber eine unendliche Oberfläche besitzt.

Betrachten wir den von der Kurve $f(x) = \frac{1}{x}$ gebildeten Rotationskörper, so ist sein Volumen endlich, seine Oberfläche jedoch nicht! Um das Horn mit Farbe zu füllen, genügt demnach eine begrenzte Menge V, allerdings reicht diese nicht aus, um die ganze Wand mit einer gleichmäßigen Farbschicht der Dicke δ zu bestreichen! Dazu wäre ein Farbvolumen $V' = O\delta \to \infty$ notwendig.

Für den von der Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ gebildeten Rotationskörper gilt:

$$V = 2\pi \int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx = \pi$$

$$O = 2\pi \int_1^\infty y\sqrt{1 + y'^2} dx$$

$$= \int_1^\infty \frac{1}{x} dx \to \infty$$

[8] vgl. Eric Weisstein, CRC Concise Encyclopedia of Mathematics, Chapman & Hall/CRC 2002

Diese scheinbar paradoxe Situation lässt sich praktisch dadurch auflösen, dass es gar nicht möglich ist, eine Farbschicht konstanter Dicke beliebig weit in das Rohr herein aufzutragen. Spätestens, wenn der Rohrradius kleiner als δ (im Notfall der Durchmesser der Farbteilchen) ist, kann keine Farbe mehr in den Restteil des Rohres laufen geschweige denn aufgetragen werden.

Das Vorstellungsproblem, das dadurch zustande kommt, dass wir mit unendlichen Größen einfach nicht natürlich umgehen können, wird dadurch allerdings nicht gelöst.

2.9 Umordnung von Folgen

Nach diesen Überlegungen zur Unendlichkeit kommen wir noch einmal zum elementaren Problem unendlicher Summen zurück, die wir schon beim Problem von Archilles und der Schildkröte verwendet haben.

Bei der Addition nur endlich vieler Glieder spielt die Reihenfolge bekanntlich keine Rolle, denn die Addition ist kommutativ. Bei unendlich vielen Gliedern gilt das aber nicht mehr so allgemein, sondern nur für sogenannte *absolut konvergente Reihen* In diesem Fall ist der Grenzwert der Reihe unabhängig von der Reihenfolge der Summierung.

Für eine absolut konvergente Folge (s_n) gilt

$$s = \sum_{n=0}^{\infty} |s_n| < \infty$$

unabhängig von der Reihenfolge der Summierung!

Ganz anders hingegen liegt der Fall bei nicht absolut konvergenten Reihen. Riemann zeigte, dass hier der Grenzwert von der Reihenfolge der Summierung abhängt, und durch geeignete Umsortierung sogar *jeder beliebige* Grenzwert erzielt werden kann!

Diese Entdeckung ist eine Katastrofe für die Reihenentwicklungen von Funktionen, die häufigste direkte Anwendung von Reihen in der in der Physik. Allerdings wird meistens stillschweigend von absoluter Konvergenz ausgegangen, denn in den meisten Fällen ändert die Anwendung des Absolutbetrags nur endlich viele Glieder und die Reihenentwicklung ist damit doch nicht so unberechenbar wie zu befürchten stand.

2.10 Wie unendlich ist die Unendlichkeit?

Der Begriff der Mächtigkeit beschreibt die 'Größe' von Mengen, das heißt die Anzahl ihrer Elemente. Zwei Mengen sind gleich mächtig, wenn es eine bijektive Abbildung gibt, die jedem Element der einen Menge eines der anderen zuweist. Dieser Gedanke lässt sich auch auf unendlich große Mengen ausdehnen. Als Maß für die Mächtigkeit einer Menge dient die *Kardinalzahl*. Die kleinste unendliche Kardinalzahl ist $\aleph$. Sie kennzeichnet eine abzählbar unendliche Menge. Das Prinzip der Abzählbarkeit wird typischerweise durch *Hilberts Hotel* eingeführt.

Eine abzählbar unendliche Menge besitzt die Mächtigkeit $\aleph$ (Aleph). $\aleph$ ist der erste Buchstabe des hebräischen Alphabets und das Symbol für die kleinste unendliche Kardinalzahl.

Dieses nach David Hilbert benannte Hotel mit unendlich vielen durchnummerierten Zimmern (inklusive der 13:), ist wegen einer Mathematiker-Tagung leider vollständig belegt. Als noch ein Teilnehmer eintrifft, steht der Empfangschef vor einem Dilemma. Der Neuankömmling bringt aber die rettende Idee mit, es sollten einfach alle Gäste ein Zimmer weiterziehen, woraufhin er Zimmer Nr. 1 bezieht.

Gäbe es ein Zimmer mit der Nummer ∞, dann herrschte darin nach einigen solchen Aktionen ein ganz schönes Gedränge, doch diese Vorstellung ist falsch! Genausowenig muss ein unglückseliger Kollege auf der Straße schlafen. In dieser unendlichen Menge gibt es schließlich kein explizites Element ∞.

Das ∞-Symbol ist ein Konzept, aber keine Zahl wie $1.7 \cdot 10^{13}$. Die Gästezahl in Hilberts Hotel zeigt $\infty + 1 = \infty$, die Gleichung ist aber für eine Zahl algebraisch nicht lösbar.

Die Menge der Zimmern ist abzählbar unendlich, denn es gibt eine Möglichkeit, *jedem* Element - bzw. Zimmer - genau eine natürliche Zahl zuzuweisen, nämlich die Zimmernummer, und umgekehrt soll Hilberts Hotel ja auch zu jeder Zimmernummer ein Zimmer besitzen. In diesem Fall ist also anschaulich die Menge der Zimmer 'genau so unendlich groß' wie die Natürlichen Zahlen (das heißt von der Mächtigkeit $\aleph$). Das gleiche gilt übrigens auch für die Menge der rationalen Zahlen[9]!

[9] In der Literatur findet sich dazu das Cantorsche Diagonalverfahren

Es gibt aber auch Mengen, für die sich keine solche Abbildung finden lässt, beispielsweise die reellen Zahlen. Solche Mengen nennt man dann *überabzählbar unendlich*.

2.11 Fazit

Eine kurze Zusammenfassung der Feststellungen dieses Kapitels könnte sein:

- Im großen und kleinen - jenseits unserer eigenen Dimension - versagt die Anschauung und muss z.B. durch Methoden der Mathematik ergänzt werden. Das anschaulich Offensichtliche sollte - gerade im Umgang mit unendlichen Größen - sehr kritisch hinterfragt werden.
- Kontinuum und Diskretheit sind zwei unterschiedliche idealisierte Grenzfälle der Realität. Durch Grenzübergänge lassen sich aus Rückschlüsse über die andere Betrachtungsweise ziehen.
- Trotz der mathematischen Tücken ist die Unendlichkeit aber keinesfalls unmessbar!
- Insbesondere muss eine unendliche Nachricht keinesfalls unendlich viel Information enthalten. Die tatsächlich enthaltene Information lässt sich oftmals durch geschickte Kompression oder Codierung auch durch eine endliche Nachricht übermitteln.

3 Realität: Ein Rahmen für alles

Was ist eigentlich real? Was *ist* die Welt, die die Naturwissenschaft zu beschreiben versucht? Das letzte Thema des ?-Seminars müsste eigentlich ganz am Anfang stehen, geht es doch um die wichtigste Frage, die sich schon vor jeder physikalischen Untersuchung stellt.

3.1 Realität, Erkenntnis, Sinne

Alle Eindrücke über die 'reale' äußere Welt um uns gewinnen wir durch Sinne. Unsere Sinnesorgane und die Verarbeitung der aufgenommenen Reize bilden aber auch einen Filter. Das sichtbare Licht beispielsweise stellt nur einen winzigen Ausschnitt (immerhin eine Oktave) im elektromagnetischen Spektrum dar, magnetostatische Felder entziehen sich unserer direkten Wahrnehmung vollständig. Diese Grenze können wir durch technische Mittel, also Detektoren oder Messgeräte, verschieben.

Gleichzeitig stellen die Sinneswahrnehmungen die Grenze der Objektivität dar. Was wir spüren, hören oder sehen wissen so nur wir selbst. Denkbar wäre, dass der Farbreiz *rot* von einem anderen Menschen völlig anders wahrgenommen wird (wie sieht eigentlich jemand mit Rot-Grün-Schwäche?). Über gesellschaftliche Konventionen besteht aber natürlich unabhängig von der Wahrnehmung ein Konsens darüber, welche der drei Farben auf der Ampel jetzt als rot zu bezeichnen ist. Das kann aber durchaus erlernt sein! Dennoch ist die *Intersubjektivität* ein klarer Hinweis darauf, dass ein *Farbreiz* besteht, die den Eindruck 'rot' auslöst.

3.2 Philosophen und Standpunkte

Ein kurzer Überblick über die Gedanken wichtiger Philosophen soll helfen, sich auf dem Gebiet der Erkenntnistheorie zurechtzufinden[10]. Natürlich ist die Auswahl keineswegs erschöpfend und wird den Herren Philosophen sicher nicht gerecht, soll aber ein paar grundlegende Begriffe klären.

[10] vgl. Wilhelm Weischedel, Die philosophische Hintertreppe, dtv 1975 und Wikipedia (http://de.wikipedia.org)

3.2.1 Plato (428-348 v.Chr)

Idealismus: Real sind die Ideen. Die Materie, Geist und Bewusstsein sind Erscheinungsformen der Idee.

Materialismus: Alle Vorgänge beruhen auf Materie. Auch Ideen und Gedanken sind Erscheinungsformen der Materie.

Einer der wichtigen Philosophen auf dem Gebiet der Erkenntnistheorie war Plato. Sein berühmtes *Höhlengleichnis* sagt aus, dass alle Wahrnehmung nur eine unvollkommene Projektion der Ideen, der wahren Natur der Dinge ist. Die Ideen sind in stärkerem Maße real als die von ihnen ausgelösten Sinneseindrücke. Da die meisten Menschen (Plato nimmt die Philosophen hier aus) nicht in der Lage sind, die wahre Natur der Dinge zu erkennen, und nur die Projektion der wahren Ideen kennen, halten sie diese für die realen Dinge.

Gemäß Platos objektiv-idealistischem Weltbild ist also die raum-zeitlich wahrgenommene Welt nur ein Abbild einer höheren Ebene der Realität.

3.2.2 René Descartes (1596-1650)

Rationalismus: Der Verstand ist das einzige sichere Mittel Erkenntnis zu erlangen

Descartes' berühmtester Satz ist zweifelsfrei das *'cogito ergo sum'* - *'ich denke, also bin ich'*. Vielleicht besser als *denken* trifft *zweifeln* seine Aussage. Descartes war sich im Klaren darüber, dass auch all unsere Sinneseindrücke und Gedanken geschickte Täuschungen sein könnten. Wissenschaftliche Erkenntnis kann deshalb für ihn weder aus unhinterfragten Sinneseindrücken noch aus reinem Denken gewonnen werden. So ist zunächst alles erst einmal in Zweifel zu ziehen. Diesen Zweifel an der Zuverlässigkeit der Sinne und Gedanken legt Descartes dann seiner Erkenntnistheorie zugrunde, denn die Existenz des Zweifels ist zweifelsfrei. Wo aber Zweifel ist, so auch ein Zweifler - und auf diese Weise beweist Descartes die eigene Existenz. In seinem weiteren Gedankengang versucht Descartes die Existenz Gottes zu beweisen. Er folgt dem Anselmschen Gottesbeweis, nachdem die Vorstellung Gottes als eines vollkomenen Wesens seine Existenz impliziert, denn existierte Gott nicht, wäre er nicht vollkommen. Für Descartes Gedankensystem ist der Gottesbeweis (mehr noch - ein gutwilliger Gott) notwendig, denn auch der Zweifel könnte ja sonst eine böswillige Täuschung eines raffinierten Gottes sein. Diese Notwendigkeit stellt Descartes Gedankengebäude allerdings in ein fragwürdiges Licht.

In seinem wissenschaftlichen Denken war Descartes von einem sehr mechanistischem Denken geleitet. Für ihn gleicht das Universum, ebenso wie der menschliche Körper, einem Uhrwerk, das deterministisch, kausal und exakt funktioniert. Damit stellt er sich gegen das organische Weltbild Aristoteles', übernimmt aber den Dualismus zwischen beseelter und unbeseelter Natur.

Alles in allem wird Descartes seinen eigenen Ansprüchen an das wissenschaftliche Arbeiten nicht immer gerecht, und wurde deshalb von vielen Philosophen der Folgezeit stark kritisiert. Er war aber nach Aristoteles der Erste, der ein von Grunde auf neues Denksystem aufbaute. Indem er das Selbst zur Grundlage der Philosopie machte, schuf er ein Fundament, auf demseitdem die Abendländische Philosophie gebaut wurde.

Als letztes will ich an dieser stelle noch auch Descartes' Beiträge zu den Naturwissenschaften, insbesondere zur analytischen Geometrie und zur Physik erwähnen. Übrigens: Die kartesischen Koordinaten erscheinen in seinen Werken an keiner Stelle!

3.2.3 David Hume (1711-1776)

Empirismus: Alle Erkenntnis beruht auf Sinneseindrücken.

David Hume, der in der kontinentaleuropäischen Philosophie keine große Bedeutung genießt, in der angelsächsischen hingegen weitaus stärkere Beachtung findet, dachte den Täuschungsgedanken deutlich weiter. Er verneinte sogar die Fähigkeit des Menschen, Aussagen über die Kausalität zu treffen und stellte den Beweis durch Induktion in Frage. Die gleichzeitige Wahrnehmung zweier Fakten muss nicht zwangsläufig eine Koinzidenz bedeuten. So ist der zeitliche Zusammenhang zwischen Rückgang der Storchenpopulation in den siebziger Jahren zum einen und der Geburtenrate zum anderen kein Hinweis auf einen kausalen Zusammenhang...

Gegen die Induktion führt Hume an, dass selbst, wenn wir ein Leben lang einen Zusammenhang zwischen gewissen Sinneseindrücken *erlebt* haben, die Ausnahme beim nächsten Mal auftreten könnte! Die Welt könnte rein zufällig funktionieren, und unser bisheriges Leben ebenso zufällig in einer scheinbar geordneten Bahn verlaufen.

Für Hume sind nur die Sinneseindrücke real, dahinter gibt es aber keine gegenständliche Ursache, zumindest ist jede Aussage darüber rein spekulativ. Letzlich ist physikalisches Arbeiten nach Humes Weltbild nicht möglich.

3.2.4 Immanuel Kant (1724-1804)

Kants Erkenntistheorie ist umfassender als die seiner Vorgänger. Ähnlich wie Plato unterscheidet Kant zwischen nicht direkt wahrnehmbaren *dem Ding an sich* (das unabhängig von der Wahrnehmung existiert) und dessen Erscheinung in Form von Sinneseindrücken. Diese werden nach Kant in *a priori* vorhandenen Kategorien verarbeitet. Er distanziert sich damit von Hume, der nur *a posteriori* gewonnene Sinneseindrücke als Erkenntnisquelle anerkennt. So existiert die Vorstellung von Raum und Zeit für Kant im Menschen unabhängig von und vor allen Sinneseindrücken. In der modernen evolutionären Erkenntnistheorie wird dieser Gedanke so formuliert, dass das menschliche Hirn im Laufe seiner Entwicklung sich daran angepasst hat, in drei Dimensionen und der Zeit zu denken.

3.2.5 Karl Popper (1902-1994)

Der *kritische Rationalismus* Poppers war bahnbrechend für die Wissenschaftstheorie des 20. Jahrhunderts. Er lehnte den klassischen Empirismus ab und vertrat die Ansicht, wissenschaftliche Theorien seien an sich universell jedoch nur indirekt durch die Übereinstimmung ihrer Voraussagen mit der Realität überprüfbar. Insofern sind wissenschaftliche Theorien stets nur *falsifizierbar*, nämlich durch ein Gegenbeispiel[11], aber niemals endgültig *verifizierbar*. Das Prinzip der Falsifizierbarkeit war für Popper auch das ultimative Kriterium für die Identifikation wahrhaft oder nur scheinbar wissenschaftlicher Fragestellungen und Methoden. Die Wissenschaft stellt sich als soziokulturelle Notwendigkeit zur Erklärung der Welt dar. Wissenschaftliche Theorien entwickeln sich evolutionär durch einen dialektischen Prozess der Fehler-Eliminierung[12]. Möglich wird daraus auch die Definition *interessanter* Fragestellungen als solcher, die eine bisher nicht falsifizierte Theorie widerlegen könnten im Gegensatz zu denen, die nur eine weitere Bestätigung bringen können. Auf der Seite der Erkenntnistheorie geht Popper von verschiedenen Ebenen der Realität aus. Die direkten Eindrücke der äußeren Welt erzeugen eine zweite Welt der subjektiven Sinneseindrücke. Das Wissen ist für Popper objektiv (im Sinne von intersubjektiv) und damit von ähnlicher Realität wie materielle Gegenstände.

3.3 Ursache und Wirkung

Die Realität besteht nicht nur aus Eindrücken - seien sie nun ideell oder materiell - sondern vor allem auch aus deren Beziehungen und Wechselwirkungen. Unser Gehirn ist darauf eingerichtet, einer *Ursache* eine *Wirkung* zuzuordnen und staunt deshalb, wenn ein Kaninchen aus einem offensichtlich leeren Hut gezogen wird.

Die Beziehung zwischen Wirkung und Ursache bezeichnet man als *Kausalität*. Mathematisch lässt sich eine Kausalbeziehung zwischen zwei Aussagen als *Implikation* $A \Rightarrow B$ oder *Äquivalenz* $A \Leftrightarrow B$ ausdrücken.

Kausalität: Beziehung zwischen Ursache und Wirkung.

Für die Beschreibung der Realität sind aber Aussagen weitaus weniger interessant als Ereignisse im Sinne der Relativitätstheorie, also die Angabe von

[11] Ein *einmaliges* Gegenbeispiel reicht aber nicht, um eine Theorie zu falsifizieren. Auch ein Gegenbeispiel muss reproduzierbar sein.

[12] Den Prozess der Theorieentwicklung haben wir bereits betrachtet, vgl. Experiment und Theorie.

Ort und Zeitpunkt. Damit zwischen zwei Ereignissen ein kausaler Zusammenhang existieren kann, muss die Ursache zeitlich *vor* der Wirkung gelegen haben und zwar trotz der Relativität der Gleichzeitigkeit von allen Bezugssystemen aus betrachtet[13]! Da sich nach der Relativitätstheorie keine Wirkung schneller ausbreiten kann als mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit, existiert auch eine zusätzliche Bedingung an den räumlichen und zeitlichen Abstand zwischen Ursache und Wirkung! Man unterscheidet deswegen *Zukunft* und *Vergangenheit* je nachdem, ob Lichtstrahlen vom Beobachter aus dorthin gelangen können oder umgekehrt. Denjenigen Bereich der Raumzeit für den das unmöglich ist bezeichnet man als *absolute Ferne*.

Das Weltbild der klassischen Physik war nicht nur kausal sondern sogar *deterministisch*. Der Diese Vorstellung wirft Probleme für den freien Willen und die Verantwortung des Einzelnen auf und lässt ein *Intelligent Design* zu, nicht jedoch echten Zufall oder prinzipielle Unbestimmtheit. Diese jedoch hat spätestens mit der oft erwähnten Unbestimmtheitsrelation Einzug in die moderne Physik gehalten! Beispielsweise scheint der radioaktive Zerfall eines einzelnen Kerns keine Ursache zu haben, obwohl er einer Gesamtstatistik gehorcht. Das heutige physikalische Weltbild ist deswegen vom Indeterminismus dominiert, auch wenn die physikalischen Theorien keineswegs die Existenz verborgener Variabler, also unbekannter Ursachen, ausschließen können. In der Quantenmechanik kommen hier die *Interpretation* ins Spiel um die Auswahl des gemessenen Wertes zu begründen, beispielsweise die Kopenhagener Deutung oder die Viele-Welten-Theorie. Da diese Erklärungen aber nicht widerlegbar sind, muss man letztlich zu *Ockhams Rasiermesser* greifen, und aus den verfügbaren Erklärungen die einfachste auswählen.

Determinismus: Alle Ereignisse sind durch feststehende Naturgesetze und den vorheigen Zustand eindeutig bestimmt.

3.4 Künstliche Welten

Die moderne Technik eröffnet heute völlig neue Fragestellungen in Bezug auf die Realität. Wie real ist denn die 'künstliche Welt'? Welchen Status muss man 'künstlichem Leben' also Soft- oder Hardware einräumen, die von sich aus kommunizieren und interagieren kann? Wo beginnt Intelligenz? Und ist man als Entwickler moralischen Schranken unterworfen - oder in anderen Worten - welche Verantwortung trägt die Menschheit für intelligente Technik?

Gerade im Science-Fiction-Bereich gibt es viele Überlegungen, wie sich 'Bewohner' einer künstlichen Welt fühlen, die unter Umständen völlig anderen Gesetzen gehorcht als unsere Alltagswelt, oder inwieweit sie das Wesen ihrer 'Welt' erkennen können. Aus diesen Überlegungen lassen sich aber Analogschlüsse auf unsere eigenen Fähigkeiten der Erkenntnis ziehen. Wie in einer Simulation den Agenten 'Naturgesetze' zu wirken scheinen, die - im Prinzip - rein willkürlich programmiert werden können, so könnten auch unsere Naturgesetze rein zufällig sein[14].

Übrigens ist auch der Ablauf eines ausreichend komplexen Computerprogrammes nicht notwendig streng vorhersagbar (im Gegensatz zu den Ergebnissen der meisten Computer-Zufallsgeneratoren)! Bei nichtlinearen Systemen können Quanteneffekte in den Halbleitern oder -viel wahrschlicher - im Hintergrund ablaufende Betriebssystemprozesse Zeitschwankungen auslösen, die zeitliche Änderungen in der Speicherbelegung gegenüber früheren Simulationen und damit unter Umständen einen anderen Programmablauf verursachen. Vor allem bei massiv numerischen Simulationen (meterologische Modelle, Strömungsdynamik, ...) sind solche nicht-deterministischen Effekte denkbar. Unabhängig von der Frage des Determinismus lässt sich in Simulationsumgebungen das Prinzip der *Emergenz* beobachten, eine Form von Selbstorganisation, doch dazu unten mehr.

[13] Aus diesem Gedanken lässt sich mit dem Relativitätsprinzip die Existenz einer Grenzgeschwindigkeit begründen.

[14] vgl. Hume

3.5 Der Teil und das Ganze

Reduktionismus: Das Ganze erschließt sich aus der Funktion seiner Teile.

Vielfach wird in der Physik - wie in anderen Naturwissenschaften - ein *reduktionistischer* Ansatz betrieben, das heißt man versucht, das Verständnis für ein ganzes System durch die Kenntnis seiner Komponenten zu erlangen. Tatsächlich ist die Beschreibung aller Einzelteile bei sehr großen Systemen kaum möglich[15]. Stattdessen geht man häufig zu einer statistischen Beschreibung über und erlangt auch ohne *exakte* Kenntnis des Verhaltens der Einzelteile gute Ergebnisse für das Gesamtsystem, indem man typische (angenommene) Eigenschaften der Komponenten im Ensemble modelliert - womit auch dies eine reduktionistische Vorgehensweise ist. Die reduktionistische Methode hat sich, obgleich oft angegriffen, als sehr effizient erwiesen.

Emergenz: Auftreten neuer Eigenschaften durch das Zusammenwirken von Kompnenten eines komplexen Systems.
Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile!

Andererseits zeigen komplexe Systeme sogenannte *emergente* Eigenschaften. Durch das Zusammenwirken von Einzelkomponenten entstehen Verhaltensweisen oder Phänomene, auf die von den Einzelteilen nicht geschlossen werden kann. Wie angesprochen, existieren emergente Eigenschaften in künstlichen Welten, vor allem gibt es sie aber natürlich in der realen Welt. So ist die Eigenschaft von Wasser, im flüssigen Aggregatszustand 'nass' zu sein, eine emergente Eigenschaft, die seinen Einzelmolekülen nicht zugeordnet werden kann, sondern nur dem Teilchenverband in bestimmten Situationen!

Zenos Haufenparadoxon verdeutlicht den Sachverhalt: Entfernt man ein Korn von einem Haufen Sand, so bleibt immer noch ein Haufen übrig. Das kann man wiederholen, bis ein einzelnes Korn übrig bleibt. Ist das aber noch ein Haufen? Offenbar ist die Eigenschaft des 'Haufen-Seins' eine Eigenschaft des Ensembles, die man intuitiv dem einzelnen Sandkorn nicht zusprechen möche, also ein emergentes Phänomen. Das Paradoxon lässt sich übrigens durch eine geeignete Definition des schwammigen Begriffs 'Haufen' lösen oder aber indem man sagt der Induktionsschritt sei schlichtweg falsch...

Emergente Eigenschaften gibt es natürlich auch (vor allem) in der realen Welt. So ist die Eigenschaft des Wassers, im flüssigen Aggregatszustand 'nass' zu sein, eine emergente Eigenschaft, die seinen Einzelmolekülen nicht zugeordnet werden kann, sondern nur dem Teilchenverband in bestimmten Situationen!

Emergente Phänomene treten auch beim Schwarmverhalten[16] oder bei Massenpaniken auf, Extrembeispiele für Situation in denen das einzelne Individuum gar nicht ausreichende Informationen für vernünftiges Handeln besitzen (oder verarbeiten) kann und dennoch ein kohärentes Verhalten auftritt. Gerade diese Situationen lassen sich aber recht gut in künstlichen Welten umsetzen.

3.6 Ein Weltbild der Physik

Wo findet sich das Weltbild der Physik in den hier eingeführten Kategorien? Es ist auf jeden Fall materialistisch. Gäbe es keine materielle, vom Betrachter unabhängige Welt, wäre jeder Versuch, die Welt allgemein und objektiv (also nicht-subjektiv) zu beschreiben, zum Scheitern verurteilt.

Das Weltbild der Physik lässt sich durch folgende *Prinzipien* charakterisieren:

- Verbindung von Empirismus und Rationalismus
- Verbindung von Materialismus und Idealismus
- Kausalität
- Reproduzierbarkeit bzw. Determinismus

Andererseits muss die Welt durch Beobachtung (also über Sinneswahrnehmungen) erkennbar sein - das entspricht einer empiristischen Position. Allerdings geht man auch davon aus, dass der Verstand Mittel bereit stellt, um Erkenntnis zu erlangen - eine rationionalistische Position. Der Erfolg der Physik in den letzten Jahrhunderten beruht in der Tat darauf, dass sie sich nicht auf eine dieser Extrema festgelegt hat (wie das mit dem Rationalismus der Antike der Fall war), sondern Empirismus und Rationalismus fruchtbar verbindet.

Gilt Ähnliches auch für Materialismus? In der Tat wird - wenn man ins sehr Kleine blickt - die Welt plötzlich wieder sehr unmateriell und viele physikalische Größen lösen sich bei genauerer Betrachtung in sehr unmaterielle Vorstellungen auf. Die vielleicht materiellste Größe der Physik ist die Masse. Vielen Elementarteilchen lässt sich zwar Ruhemasse zuordnen, einem Photon hingegen

[15] Schon aus Gründen der Rechenkapazität und Messbarkeit, vgl. die 100%-Simulation

[16] Künstliches Schwarmverhalten wurde 1986 von Craig Reynolds erstmals mit 'Agenten' realisiert.

nicht, dass aber dennoch Gravitationswechselwirkungen erfährt. Und wenn man an Einsteins berühmte Formel $E = mc^2$ oder das Wellenverhalten von Quantenobjekten denkt, werden massive Objekte wieder sehr unmateriell. Übrigens ist bis heute nicht gekärt, wo die Masse der Elementarteilchen tatsächlich herkommt. Auch die oft zitierte (und bis jetzt nicht belegte) Higgs-Theorie erklärt nur die Existenz von Massen, aber keineswegs ihren Betrag. Wellenfunktionen, Kraft und Energie sind eher als *feldartige* Größen vertraut - viel mehr als Idee als als etwas Fassbares. Und da liegt der Idealismus plötzlich wieder ganz in Reichweite!

Auch wenn also die mühsam eingeführten Kategorien nicht so recht zu greifen scheinen lässt sich doch festhalten, was für das Weltbild der Physik unabdinglich ist:

- Die Welt, erfahren durch die Sinne, lässt sich beschreiben. Ein probates Mittel dazu ist die Mathematik. Der Verstand ermöglicht es, aus empirisch gewonnenen Daten Erkenntnis zu gewinnen.
- Es existiert eine Ursache für Wirkungen. (Kausalität)
- Das Verhalten eines Systems hängt nicht von der Person des Beobachters ab. (Intersubjektivität)
- Gleiche Ausgangsbedingungen erzeugen gleiche Endzustände, zumindest im Mittel. (Determinismus bzw. Reproduzierbarkeit).

Danach wird es schon schwieriger, denn nur mit Einschränkungen gilt z.B.

Hier steht ein großes ?

- Das Verhalten eines Systems lässt sich aus dem Verhalten seiner Bestandteile verstehen. (Reduktionismus)

Vorsichtshalber sollten wir aber auch hier ein großes Fragezeichen stehen lassen. So verbaut reduktionistisches Denken den Blick auf emergente Phänomene (s.u.) und im Quantenbereich hat nicht nur die Wahrscheinlichkeit ihren festen Platz, sondern auch der Beobachter hat durchaus einen Einfluss auf Messergebnisse.

4 Ausblicke: Jenseits des Rahmens

Damit ist die Themenliste für ein ?-Seminar keineswegs beendet. Einige Themen will ich hier noch vorschlagen, deren ausführliche Behandlung aber an dieser Stelle unterlassen, da sie in unserem ?-Seminar nicht zur Sprache kamen.

4.1 Wahrscheinlichkeit

Eine Reise entlang der Grenze der Vorstellungskraft führt unweigerlich früher oder später auf das Feld der Statistik. Und von dort aus ist es nur ein kurzer Sprung zur Quantenphysik, zur Thermodynamik und zum Chaos. Wann greift man in der Physik auf statistische Methoden zurück? Immer dann, wenn der *Zufall* ins Spiel kommt. Als *zufällig* bezeichnet man Ereignisse, die nicht explizit vorhersagbars sind. Dafür kann es aber verschiedene Ursachen geben. Entweder ist tatsächlich jedes einzelne Ereignis für sich unvorhersagbar, wie beispielsweise in der Quantenmechanik. Häufig aber geht man von zufälligen Ereignissen aus, wenn das betrachtete System sehr groß ist und das exakte Verhalten kaum berechenbar ist und wo dies auch keinen wirklichen Sinn macht. Als Beispiel kann die Thermodynamik mit Teilchenzahlen in der Größenordnung der Avogadro-Zahl $6.022 \cdot 10^{23}$ dienen - Kein Mensch will in solchen Systemen exakte Bewegungsgleichungen ausrechnen, von den Folgen kleiner Störungen ganz zu schweigen!

Solcherart zufällige Ereignisse, aber vor allem auch die bei jeder Messung auftretenden Unsicherheiten gehorchen aber dennoch gewissen (statistischen) Gesetzen. Das Gesetz der großen Zahl erlaubt dann aber beispielsweise, die Unsicherheit durch eine vielfache Wiederholung von Messungen zu minimieren.

Warum dies alles möglich ist, ist keineswegs trivial und könnte eingehender untersucht werden. Andererseits sollte bei statistischen Angaben immer kritisch hinterfragt werden, welche Aussagekraft diese Zahl nun hat. Die Vorstellung spielt einem gerne Streiche. So rechnet man beim Würfeln nach einem Pasch kaum mit einem weiteren gleichen Ergebnis, die Wahrscheinlichkeit ist beim nächsten Wurf jedoch wieder $\frac{1}{6}$. Andererseits beträgt die Wahrscheinlickeit, in 3 Würfen 3 gleiche Ergebnisse zu erzielen, $\frac{1}{36}$. Was ist davon zu halten? In der geschilderten Situation sind sozusagen schon '$\frac{1}{6}$ eingetreten'! Also ist die Wahrscheinlichkeit tatsächlich wieder dieselbe wie für den ersten Pasch!

Interessant ist auch eine genauere Auseinandersetzung mit den Begriffen Mittelwert und Varianz. (Der Mittelwert beim Würfeln ist 3.5...) Ein kleiner Schritt von der Statistik aus führt zum Verhalten chaotischer (oftmals: da großer) Systeme, zu Ordnungsmerkmalen, Selbstorganisation und zur bereits angesprochenen Emergenz.

Und warum treten Ereignisse, deren Wahrscheinlichkeit 1 : 1000000 beträgt, fast zwangsläufig ein?[17] Und was besagt eigentlich Murphy's Law genau?

Murphy's Law: Whatever *can* happen, *will* happen.

4.2 Grundlegende Begriffe der Physik

4.2.1 Kraft und Energie

Neben eher mathematischen Konzepten wie Unendlichkeit oder Wahrscheinlichkeit, sind auch grundlegende Begriffe der Physik keineswegs leicht verdaulich, obwohl man im Alltag mit einem eher intuitiven Verständnis sehr weit kommt (und sich darüber hinaus wenig Gedanken macht). So ist aber schon der Begriff der (nach Newton instantan wirkenden) Kraft keineswegs so einfach, wie das anschauliche Bild eines Seils zwischen zwei Körpern es vermuten lässt. Um die Vermittlung der Gravitationswechselwirkung zwischen zwei Massen zu beschreiben, geht man vom Kraft- zum Feldbegriff über. Der ist aber auch nicht greifbarer, macht er doch die Wechselwirkung plötzlich zu einer Eigenschaft des 'leeren Raums'. Der Feldbegriff ist allerdings deutlich abstrakter und flexibler als der Newtonsche Kraftbegriff.

Eng damit verbunden ist die Energie, die obendrein eine Erhaltungsgröße darstellt. Ist eine Kraft *konservativ*, so lässt sich eine *Potentielle Energie* definieren. Wo aber steckt die potentielle Energie eines Körpers nach dem Anheben? Es ist sinnvoll, sie *im* Gravitationsfeld zu vermuten, nicht im Körper!

4.2.2 Symmetrie

Satz von Emmy Noether: Jeder kontinuierlichen Symmetrie entspricht eine Erhaltungsgröße.

Ein Bild oder einen Gegenstand nennt man im Alltag dann symmetrisch, wenn er sich durch eine Spiegelung, Drehung oder etwas Ähnliches in sich selbst überführen kann. Ganz ähnlich spricht man von einer physikalischen Symmetrie, wenn eine (physikalische) Gesetzmäßigkeit unter einer irgendwie gearteten Transformation bestimmte Eigenschaften beibehält.

Offensichtlich besteht eine Beziehung zwischen Erhaltungsgrößen und Symmetrien. Dieser Zusammenhang wird mathematisch durch das *Noether-Theorem* ausgedrückt. Dass eine im Grunde so willkürlich wirkende Größe wie die Energie sich bisher stets als Erhaltungsgröße erwiesen hat - und damit einen Hinweis auf die Homogenität der Zeit liefert (oder umgekehrt?)- kann zu dem Gedanken führen, dass Symmetrien in physikalischen Gesetzen viel grundlegender sind als die spezielle Form der Gesetze selbst.

Die Lagrange-Funktion eines freien Teilchens ist invariant unter einer Achsenverschiebung $q' := q + \delta$

$$L(q, \dot{q}) = -\frac{m}{2}\dot{q}^2$$

$$= \frac{m}{2}\dot{q}'^2 = L(q', \dot{q}')$$

Dem entspricht die Impulserhaltung $m\dot{q} = const.$

4.2.3 Raum und Zeit

Symmetrieüberlegungen führen wie von selbst hin zur Raumzeit und ihre faszinierenden Eigenschaften, vor allem die erstaunliche Eigenschaft der Zeit, eine unumkehrbare (?) Richtung zu besitzen. Diese Eigenschaft erst ermöglicht es, von kausalen Zusammenhängen auszugehen und unterscheidet die zeitliche Dimension von den drei räumlichen, in denen wir uns frei bewegen können.

Einsteins grundlegende Postulate:

- Relativitätsprinzip: Alle Inertialsysteme sind physikalisch gleichwertig.
- Konstanz der Lichtgeschwindigkeit

[17] Eine detaillierte Beschreibung des Problems findet sich in Douglas Adams, The Hitchhikers Guide to the Galaxy.

Die Zeit (genau wie der Raum) ist aber seit 1905 nicht mehr so einfach und universell wie Newton sie 300 Jahre zuvor beschrieben hatte. Weder vergeht sie für jeden Menschen gleich schnell, noch ist die Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse absolut. Was den Raum angeht, so hängt die gemessene Länge eines Objektes von seinem Bewegungszustand ab. Als letzte Sicherheit bleibt nur die absolute Lichtgeschwindigkeit und die Kausalität! Zwei kausal verknüpfte Ereignisse sollten das auch bleiben, unabhängig, von wo aus man sie beobachtet.

In der allgemeinen Relativitätstheorie wird die Raumzeit dann auch noch 'krumm' und die Gravitation zur Eigenschaft der Raumgeometrie[18] selbst.

4.3 Naturwissenschaft und Gesellschaft

Naturwissenschaftliche Modelle und allgemeine (Wert-) Vorstellungen stehen in einem komplexen Wechselwirkungsverhältnis. Keineswegs ist die Fortentwicklung der Naturwissenschaften ein stetig fortschreitender Prozess. So war das Weltbild der Antike in unseren Augen viel 'moderner' und 'wissenschaftlicher' als die von Zauberglauben geprägten Vorstellungen des Frühmittelalters. Andererseits waren auch große Naturwissenschaftler wie Newton keineswegs frei von Aberglauben! Und auch im weiteren Verlauf der Wissenschaftsgeschichte wimmelt es von Beispielen, in denen überkommene gesellschaftliche Vorstellungen noch lange die Wissenschaft beeinflussten.

Auf welche Weise wandeln sich Modelle und Weltbilder? Umwälzungen in der Wissenschaftstheorie wurden durch die Philosophen Kuhn und Popper ausgelöst. Kuhn führte den Begriff des *Paradigmenwechsels* ein. Er geht von einer evolutionären Entwicklung wissenschaftlicher Theorien aus, die sich dann beim Übergang von einem Paradigma zu einem anderen (meist mit einem Generationswechsel in der Forschergemeinde) vollzieht. So sträubten sich Albert Einstein und Erwin Schrödinger lange gegen die von ihnen mitbegründete Quantenmechanik, die dann von jungen Physikern wie Werner Heisenberg und Wolfgang Pauli weiterentwickelt wurde, und Ernst Mach beantwortete die Frage, ob er an die Existenz der Atome glaube, mit der Antwort 'Hammse welche gesehen?'...

Karl Popper hingegen beschäftigte sich mit der Gültigkeit und Absolutheit wissenschaftlicher Ergebnisse und erkannte das absolute Sicherheit nicht existiert und der wissenschaftliche Prozess ein ständiges Streben nach Verbesserung der bestehenden Modelle durch Austesten ihrer Grenzen ist (s.o.). Aus diesem Grunde ist - wie Richard Feynman sehr schön darlegte - ein Experiment, das eine Theorie bestätigt erfreulich, ein Ergebnis, das eine Theorie widerlegt jedoch unendlich viel wertvoller! Das Ziel der Physik ist demnach ihre ständige Selbstwiderlegung. Und das erfordert eine erstrebenswert große Portion Selbstironie!

4.4 Physik und Philosophie

Schon die letzten Kapitel waren ein Einstieg in das große Themengebiet 'Physik und Philosophie', das auf ganz verschiedene Arten angegangen werden kann. So gibt es Bücher dieses Titels, die sich sehr eingehend mit Relativitätstheorie, Quantenmechanik und deren Auswirkungen auf das Weltbild, auf die Kausalität und die Beschaffenheit von Raum und Zeit beschäftigen. Wir haben unter dieser Überschrift einen anderen Weg eingeschlagen. Auf das Fragezeichenseminar folgend fand ein studentisches Seminar mit dem Titel 'Physik und Philosophie' statt, dass sich an Kants vier großen Fragen der Philosophie orientierte. Mehr im Grenzbereich von Wissenschaft im Allgemeinen und ihr Wechselspiel mit der Gesellschaft, nicht so sehr im Gebiet der originär physikalischen Fragen. Die Grundfragen, mit denen Kant die Philosophie umriss, sind

- Was ist der Mensch? - Anthropologie

[18] Eine Geometrisierung ist aber auch schon auf Basis der Newtonschen Konzepte möglich! Sie bringt allerdings nur eine weitere Beschreibung altbekannter Sachverhalte, keine bahnbrechende Neuerung.

- Was soll ich tun? - Ethik
- Was kann ich wissen? - Erkenntnistheorie
- Was darf ich hoffen? - Religion

In diesem Rahmen kamen sehr angeregte Diskussionen zu stande, die sich um Fragen wie das Verhältnis von Mensch, Natur und Technik, Verantwortung, Künstliche Intelligenz und das Verhältnis von Religion und Naturwissenschaft, dem Platz für einen Gott in unserem Universum drehten. Aber auch gerade bei der Erkenntnistheorie kamen völlig neue Aspekte auf, die sich deutlich von dem im ?-Seminar Angesprochenen abhoben.

4.5 Schlusswort

Viele spannende Themen bleiben unbesprochen. Das ?-Seminar sollte ja auch nie Themen erschöpfend behandeln, dazu hätte uns das Wissen und die Zeit gefehlt, sondern sein Ziel war, zum Nachdenken anzuregen. In dieser Weise ist auch dieser Text zu verstehen. Keineswegs als Lehrbuch, sondern als Überblick über einige wenige Themen, über die wir vor einem Jahr im Seminar gesprochen haben, weil sie uns interessierten!

Allen Studenten möchte ich empfehlen, das Studium nicht als Konsumgut oder Pflicht zu begreifen, sondern als Chance und Freiraum für eigene Initiativen! Jeder hat die Möglichkeit, selbst aktiv zu werden und den Lebensraum 'Universität' zu gestalten. Es wird vielleicht nicht die Welt verändern, sicher aber das eigene Weltbild!

Bologna am 10. Januar 2006

Harald Haakh